

Nyelvi-logikai képességek vizsgálata a pedagógusképzésben részt vevő hallgatók esetében

Investigating the Linguistic-Logical Abilities of Students Involved in Teacher Training

Dr. Fülöp Zsolt

*KRE Pedagógiai Kar
egyetemi adjunktus*

ORCID: 0009-0003-9462-821X

Absztrakt

A kijelentések igazságtartalmának vizsgálata a formális logika szabályainak alkalmazásával sok esetben eltéréseket mutat a köznyelvi értelmezéstől. Viszont az iskolai tananyag hatékonyabb értelmezéséhez szükség van a formális logika eszköztárára, ezért nagyon időszerű a formális logikai gondolkodás vizsgálata a pedagógusképzésben részt vevő hallgatók esetében is. Jelen tanulmányban a Peirce-művelettel (közismertebb nevén sem...sem művelet) kapcsolatos empirikus kutatási eredményeink kapnak nagyobb hangsúlyt. Konkrétan az implikációcsoportba helyezett Peirce-művelet értelmezésének nehézségeit vizsgáltuk, valamint megpróbáltuk beazonosítani, hogy a hallgatók ezt a műveleti struktúrát milyen más háromváltozós logikai összetételekkel tévesztik. Továbbá vizsgálat tárgyává tettük különböző háromváltozós kijelentések értelmezésének empirikus távolságát is. Ezzel elsősorban azt próbáltuk felmérni, hogy a formális logika szempontjából teljesen különböző szerkezetű kijelentések mennyire különböznek el a hallgatói értelmezések során. Ez legfőképpen a kommutatív műveleti struktúrák esetében kiemelkedő jelentőségű, mivel közvetlen kapcsolatban áll a mellékmondatok sorrendjének felcserélésével a köznyelvi kijelentések esetében. Megfigyeléseink szerint a konjunkciócsoportba tartozó összetételek esetében a hallgatók eredményei megfelelőek, viszont az implikációval kapcsolatos műveleti struktúrák esetében még komoly fejlődésre van szükség.

Kulcsszavak: köznyelvi értelmezés, formális logikai fejlettség, Peirce-művelet, implikáció, ekvivalencia

Abstract

Examining the logical value of statements using the rules of formal logic often reveals differences from the common linguistic interpretation. However, for a more successful interpretation of school curricula, the tools of formal logic are needed, so it is very worthwhile to investigate formal logical thinking among students in teacher education. In this paper, our empirical

research on the Peirce operation (more commonly known as the neither...nor operation) is emphasized. Specifically, we investigated the difficulties of interpreting the Peirce operation in the implication group and tried to identify how students confuse this operation structure with other three-variable logical compositions. In addition, we investigated the empirical distance between the interpretations of different three-variable statements. This was primarily an attempt to assess the extent to which statements with completely different structures in terms of formal logic are distinguished in student interpretations. This is particularly important for commutative operational structures, as it is directly related to the reversal of the order of subordinate clauses in common linguistic phrases. Our findings show that the students' results are good when it comes to conjunction operations, but that there is still considerable room for improvement in the case of implicational operational structures.

Keywords: colloquial interpretation, formal logical development, Peirce operation, implication, equivalence

1. Bevezetés

Az oktatási folyamat során az egyik legfontosabb tényező a logikai képességek megfelelő fejlettsége. Ennek hiányában a tanulók nem képesek a tankönyvekben lévő szövegeket helyesen értelmezni és a megszerzett információt feldolgozni, ez pedig gátolja az eredményes tanulást. Az írott szöveg köznyelvi értelmezése sokszínű, egyénenként ugyanaz az összetett mondat vagy kijelentés más értelmet nyer. Ezért különösen fontos megvizsgálni, hogy a kijelentések köznyelvi értelmezése milyen mértékben követi a matematikai logika szabályrendszerét (Tallér, 1996). A köznyelvi értelmezéssel szemben a formális logika szabályai szerint az összetett mondatok elemi kijelentések logikai műveletekkel történő összekapcsolásával jönnek létre. Ilyen módon a kijelentés logikai értékének meghatározásakor az adott logikai műveletek eredményéből indulunk ki, ami a formális logika szabályrendszeréből adódóan egyértelmű. Úgy is mondhatjuk, hogy a köznyelv színesebb és változatosabb, a formális logikai megközelítés jóval szűkebb és precízebb. Magyarországon a nyelvi-logikai műveletek kutatása sokáig elhanyagolt tudományos területnek számított, mivel az általános felfogás szerint az egyes egyének nemcsak a formális logika szabályai szerint gondolkodnak, valamint a nyelvi-logikai képességeken keresztül nem ismerhető meg a teljes emberi gondolkodás.

Piaget szerint a gondolkodás fejlődése során a műveletek a matematikai struktúráknak megfelelően szerveződnek, ezért a logikai műveleti rendszer alapjául a klasszikus matematikai logika alapl műveleteit tekintette (Piaget, 1970). Véleménye szerint a tanulás forrása nemcsak az észlelés és az érzékelés, hanem a cselekvés is, továbbá az egyén szintjén a formális logikai gondolkodás szabályrendszere nem születési adottság, hanem viszonylag későn alakul ki. Ennek ellenére 14 éves korban egybeszerveződik a 16 kétváltozós logikai rendszer, ezt tekintjük a formális logika kiindulópontjának. Piaget és Vigotszkij ma már klasszikusnak számító munkáiból tudjuk, hogy a logikai gondolkodásnak és a nyelvnek különböző származástani gyökerei vannak, viszont

kapcsolatuk az életkor előrehaladásával egyre szorosabbá válik (Vigotszkij, 1967). A hazai kutatók közül Kelemen hangsúlyozza, hogy a logikai gondolkodás megfelelő oktatással fejleszthető, továbbá a formális logikai képességek fejlődésével a gondolkodás teljesen függetlenné válik a cselekvéstől és elérheti a teljes fogalmi általánosítást (Kelemen, 1978). Nagy József szerint a fogalmi felismerés jegyei közötti viszony helyes felismerése a rendszerezőképességek eredményességének alapvető feltétele (Nagy, 2003). A mindennapi életben viszont az egyének gondolkodásmódja sok esetben eltérhet a formális logika konvencióitól, ezt nagymértékben befolyásolhatják olyan tényezők, mint az életkor, iskolázottság vagy műveltségi terület. Ezért egyes kutatók a klasszikus matematikai logika eszköztárát ma már nem tartják teljes mértékben megfelelőnek a köznyelvi kijelentések és a nyelvi logika formáinak interpretálására (Ruzsa, 1984). Viszont a diagnosztikus mérések tervezésénél a klasszikus matematikai logika rendszerét használhatjuk kiindulópontnak (Vidákovich, 1990).

Csapó Benő és munkatársai egy 14 éves életkorú tanulók körében végzett felmérés keretében vizsgálták a nyelvi-logikai műveletrendszer fejlettségét két-, illetve háromváltozós kijelentések esetében, ahol főként a logikai műveletek működését, a gondolkodás minőségi különbségeit próbálták felderíteni (Csapó et al, 1987). Az általuk bemutatott módszereket hasznosnak ítéltük meg saját empirikus kutatásaink eredményeinek értékelésében, következtetéseink megfogalmazásakor több esetben összehasonlításokat végeztünk az említett szerzők megfigyeléseivel, amint ez a későbbiekben kiderül.

2. A kutatás előzményei

A logikai „és”, illetve „vagy” kapcsolatokra épülő háromváltozós kijelentések esetében egy mérés keretében megvizsgáltuk a formális logikai gondolkodás fejlettségét általános és középiskolás tanulók, valamint egyetemi hallgatók körében. A mérésben összesen 1701 tanuló, valamint 74 egyetemi hallgató vett részt, és ennek az eredményeiről korábbi tanulmányokban számoltunk be (Fülöp, 2022a), (Fülöp, 2022b). Az eredmények értékelése során fogalmazódott meg az a gondolat, hogy egyetemünkön évente különböző vizsgálatokat végezzünk, amely során a tanítóképzős hallgatók formális logikai képességének fejlettségét vizsgáljuk, különböző kijelentések köznyelvi verbális tartalmának értelmezésén keresztül. Felméréseink során minden tanévben az elsőéves hallgatókat célozzuk meg, nappali és levelező tagozaton egyaránt. A felmérésre az egyetemi tanulmányaik első hónapjában kerül sor, tehát az egyetemi matematikai tananyag részét képező, formális logikával kapcsolatos tudástár még nem áll rendelkezésükre. A nyelvi-logikai műveleti képességek fejlettségének mérésére vonatkozó tesztek tartalmát évente bővítjük úgy, hogy a már meglévő feladatok mellé újabbakat is bevezetünk, amelyek előzőleg még nem vizsgált műveleti struktúrákat tartalmaznak. Ilyen módon évről-évre nemcsak az egyes feladatok mérése során alkalmazott minta nagysága növekszik, hanem az újabb műveleti struktúrák bevezetésével bővül

az általunk felmért hallgatói tudástár is. Ilyen módon a háromváltozós kijelentések értelmezésének empirikus kutatása során a mérésbe bevont hallgatók száma a jelenlegi helyzet szerint a következő: konjunkcióval és diszjunkcióval kapcsolatos kijelentések – 238 hallgató; az implikáció és ekvivalencia műveletével kapcsolatos kijelentések – 164 hallgató; a Peirce-művelettel (sem...sem művelet) kapcsolatos kijelentések – 81 hallgató. A konjunkcióval és diszjunkcióval, illetve az implikációval és ekvivalenciával kapcsolatos kutatási eredményeinket két különálló tanulmányban közöltük (Fülöp, 2022b), (Fülöp, 2023), ahol leginkább az elért eredmények vizsgálata és a legfőbb hibaforrások felkutatása volt az elsődleges célkitűzés.

Jelen tanulmányunk tartalma, a megfogalmazott célok szerint, két részre tagolható. Az elsőben az általunk eddig még nem kutatott implikációcsoportba helyezett Peirce-művelettel kapcsolatos következtetéseink megfogalmazása szerepel. A második részben kitérünk az eddigi tanulmányainkban is már említett logikai műveletekkel (konjunkció, diszjunkció, implikáció, ekvivalencia) kapcsolatos kutatásaink kibővítésére, a különböző háromváltozós logikai műveletek összekapcsolódásának vizsgálatára.

3. A Peirce-művelet formális logikai értelmezésének hatékonysága

Csapó Benő és munkatársai szerint a 14 éves tanulók körében végzett kutatás során arra a következtetésre jutottak, hogy a Peirce-művelet (a továbbiakban \parallel -val jelöljük) a kétváltozós logikai műveletek között a második legkönnyebben értelmezhető műveletnek számít a konjunkció után (Csapó et al., 1987). A szerzők megfigyelései szerint a háromváltozós $\parallel (p, q, r)$ összetételek esetében is a második legkönnyebben kezelhető, szintén a konjunkciónak a hasonló háromváltozós összetétele után. Viszont ugyanazek a tanulók már nehezebben boldogulnak a háromváltozós Peirce-műveletcsoport értelmezésével. Például az implikációcsoportba helyezett Peirce-művelet, nevezetesen a $p \rightarrow (p \parallel q)$ művelet esetében csak a tanulók 1%-a járt sikerrel. Ezeknek a kutatási eredményeknek bizonyos vetületeit szeretnénk összehasonlítani a saját elemzéseinkből adódó következtetésekkel.

A fentiekből kiindulva az egyetemi hallgatók esetében vizsgálat tárgyává tettük a $p \rightarrow (p \parallel q)$ háromváltozós műveletet. Elsődleges céljaink között a következő kérdések megválaszolása szerepelt:

- Az egyetemi hallgatók milyen arányban képesek helyesen értelmezni a $p \rightarrow (p \parallel q)$ összetett kijelentést a formális logika szabályai szerint, esetleg más háromváltozós kijelentésekkel való összehasonlításban is?
- Az egyéni megoldásokban milyen arányban fordulnak elő más háromváltozós műveletekre utaló téves értelmezések?
- A hallgatói válaszok összességét tekintve az említett $p \rightarrow (p \parallel q)$ művelet milyen összefonódásokat mutat más implikatív struktúrákkal, például a $p \rightarrow q$, $(p \vee q) \rightarrow r$, illetve $(p \vee q) \rightarrow r$ műveletekkel?

Tehát kutatási tevékenységünk során nemcsak azt kívántuk feltárni, hogy a hallgatók mennyire értelmezik helyesen vagy hibásan az illető összetett kijelentést, hanem azt is, hogy a helyestől különböző megoldás valójában milyen más műveletnek felel meg a hallgatók gondolkodásában.

A felmérés elvégzésének módszere ugyanaz volt, mint az előzőekben említett kutatásaink során. A feladatlapon szereplő Peirce-művelettel kapcsolatos háromváltozós összetett kijelentést tartalmazó feladat esetében nyolc válaszlehetőséget adtunk meg. Ezek közül mindegyikben három tómondat szerepelt, amelyek ilyen módon konjunkcióval összekapcsolt állításoknak feleltek meg. A feladatok megoldása során a hallgatóknak minden egyes lehetőségről külön kellett dönteniük, ha az adott lehetőség bekövetkezése esetén a feladatban szereplő kijelentést igaznak tartják. Döntésüket az illető válaszlehetőség előtti betű bekarikázásával tehették meg. Mivel az eredeti háromváltozós kijelentés igazságtáblázatában minden állítás tényadata egy-egy elemnek felel meg, így tulajdonképpen az általuk elképzelt értelmezés igazságtáblázatát adták meg.

Sándor azt mondta: HA MÉRNÖKNEK KÉSZÜLÖK, AKKOR SEM IRODALMAT, SEM TÖRTÉNELMET NEM TANULOK.

Karikázd be az alábbiak közül azokat a lehetőségeket, amikor Sándor állítása igaznak bizonyul!

- A. Sándor mérnöknek készül. Sándor nem tanul irodalmat. Sándor nem tanul történelmet.
- B. Sándor nem készül mérnöknek. Sándor irodalmat tanul. Sándor nem tanul történelmet.
- C. Sándor mérnöknek készül. Sándor nem tanul irodalmat. Sándor történelmet tanul.
- D. Sándor mérnöknek készül. Sándor irodalmat tanul. Sándor történelmet tanul.
- E. Sándor nem készül mérnöknek. Sándor nem tanul irodalmat. Sándor történelmet tanul.
- F. Sándor mérnöknek készül. Sándor irodalmat tanul. Sándor nem tanul történelmet.
- G. Sándor nem készül mérnöknek. Sándor nem tanul irodalmat. Sándor nem tanul történelmet.
- H. Sándor nem készül mérnöknek. Sándor irodalmat tanul. Sándor történelmet tanul.

A nyolc válaszlehetőség esetében az elméleti, illetve empirikus értékek közötti különbséget az alábbi 1. táblázat tartalmazza. Az elméleti érték az adott kijelentéshez a formális logika eszközeivel rendelt értéket jelenti, míg az empirikus érték a hallgatói feladatlapon az illető válaszlehetőség bekarikázásának relatív gyakoriságát jelzi. Például az A. válaszlehetőség logikai értéke igaz (tehát az empirikus érték 1), ezt a válaszlehetőséget a hallgatók 96,3%-a karikázta be (tehát az empirikus érték 0,9630).

A táblázat utolsó oszlopa az elméleti, illetve az empirikus értékek közötti különbséget tartalmazza.

Válasz-lehetőség	Logikai érték	Elméleti érték	Empirikus érték	Különbség
A	igaz	1,000	0,9630	0,0370
B	igaz	1,000	0,3210	0,6790
C	hamis	0,000	0,0370	0,0370
D	hamis	0,000	0,0247	0,0247
E	igaz	1,000	0,3580	0,6420
F	hamis	0,000	0,0123	0,0123
G	igaz	1,000	0,3457	0,6543
H	igaz	1,000	0,6049	0,3951

1. táblázat

Ennek a kijelentésnek az esetében is tanulmányoztuk azokat az összevont mutatókat, amelyeket az előző tanulmányainkban már alkalmaztunk. Ezek közül az egyik mutatót, amelyet T -vel jelöltünk, az adott művelet empirikus és elméleti struktúrája közötti különbségek figyelembevételével számítjuk ki, a műveleti különbségtáblázat következő módon való átlagolásával:

$$T = \frac{\sum_{i=1}^8 |emp_i - elm_i|}{8}$$

ahol emp_i illetve elm_i a művelet empirikus, illetve elméleti igazságtáblázatának i -edik sorban álló elemét jelöli. A T mutató szerint annál jobban „működik” egy kijelentés logikai alapokon történő megközelítése, minél kisebb az empirikus különbségtáblázat alapján számolt T érték.

T	I	H	A
0,3102	0,4815	0,0247	2,6667

2. táblázat

Eddigi tapasztalatainkra levontuk azt a következtetést, hogy a hallgatók/tanulók esetében megfigyelhető egy erős tendencia arra vonatkozóan, hogy alábecsüljék az összetett kijelentés igazságértékét, vagyis hamisnak nyilvánítják olyan feltételek mellett is, amikor a formális logika szabályai szerint igaznak minősül. Viszont sokkal ritkábban fordulnak elő olyan esetek, amikor a hamis kijelentést igaznak minősítik.

Ezért érdemesnek találtuk kiszámítani a T mutatónak két speciális értékét, külön-külön az igaz, illetve a hamis válaszlehetőségekre vonatkoztatva (ezeket a táblázatban I -vel, illetve H -val jelöltük). Ezeknek a mutatóknak az értékéből (2. táblázat) kiderül, hogy a hallgatók az összes válaszlehetőséget tekintve 48%-ban nem karikáztak be egy igaz kijelentést, míg a hamis kijelentéseket csak az esetek 2,47%-ában karikázták be. A táblázatban szereplő A -val jelzett mutató a feladatlaponként bejelölt válaszlehetőségek számának átlagát mutatja. Ennek a 2,66-os értéke alacsonynak tekinthető, amennyiben figyelembe vesszük, hogy 5 válaszlehetőség volt helyes.

4. Az implikációcsoportba helyezett Peirce-művelet értelmezésének összehasonlítása más háromváltozós műveletekkel

A Peirce-művelettel kapcsolatos aktuális eredményeinket a következőkben a kijelentés értelmezésének hatékonysága szempontjából összehasonlítjuk az általunk eddig tanulmányozott háromváltozós műveletekkel is. A konjunkcióval, diszjunkcióval és implikációval kapcsolatos háromváltozós műveleteket érintő empirikus kutatásaink részletezése megtalálható az előbbieken említett tanulmányokban.

Az eredményeink összegzéséhez a könnyebb összehasonlítás és átláthatóság céljából két táblázatban összefoglaltuk a műveletekkel kapcsolatos T , I és H mutatók átlagolt értékét; az egyik táblázat a konjunkcióval és diszjunkcióval kapcsolatos eredményeinket (3. táblázat), míg a másik az implikációcsoport műveleteivel kapcsolatos eddigi eredményeinket tartalmazza (4. táblázat).

	$(p \wedge q) \vee r$	$r \vee (p \wedge q)$	$(p \vee q) \wedge r$	$r \wedge (p \vee q)$
T	0,358	0,348	0,085	0,060
I	0,518	0,503	0,129	0,077
H	0,039	0,039	0,063	0,052
A	2,026	2,046	2,052	1,994

3. táblázat

	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$	$(p \vee q) \rightarrow r$	$(p \wedge q) \rightarrow r$	$p \rightarrow (q \parallel r)$
T	0,293	0,102	0,258	0,602	0,310
I	0,368	0,143	0,387	0,677	0,482
H	0,067	0,062	0,047	0,077	0,025
A	1,962	1,836	3,202	2,375	2,667

4. táblázat

Mivel jelen tanulmányban a $p \rightarrow q \parallel r$, elemzésére fektettük a főbb hangsúlyt, ezért érdemes megemlíteni, hogy ez a művelet a T és az I mutatók szerint a hatodik helyen szerepel az értelmezés hatékonyságának szempontjából a kilenc logikai művelet között. A H mutató szerint viszont az első helyen áll, vagyis a hallgatók ennél a műveleti struktúránál karikázták be legkisebb arányban a helytelen válaszlehetőségeket.

5. A Peirce-művelet más struktúrákkal való tévesztése

A következő célkitűzésünk volt megvizsgálni, hogy a hallgatók elképzelése szerint a $p \rightarrow (q \parallel r)$ összetétel milyen más műveleti struktúrákkal hozható összefüggésbe. A vizsgálat módszerének alapját a háromváltozós műveleti struktúrák logikai táblájának elemzése képezi. Bármely összetett kijelentés esetében a feladatlapokon szereplő válaszlehetőségek a művelet logikai táblájának egy-egy sorát képezik. Ebből a hallgató bizonyos válaszlehetőségeket jelöl meg, vagyis konkrétan azokat, amelyekre az ő elképzelései szerint az összetett kijelentés logikai értéke igaz. Így a hallgató által bekarikázott helyes vagy helytelen válaszlehetőségek az eredményességen túl azt is tükrözik, hogy a hallgató által adott kombináció milyen, az eredetitől eltérő műveleti struktúrának felel meg. Például az 1. táblázat alapján kiderül, hogy ha a hallgató az A., B., E., G. és H. válaszlehetőségeket jelölte be (a többit pedig üresen hagyta), akkor tényleg a $p \rightarrow (q \parallel r)$ műveleti struktúrára gondolt. Ha viszont kizárólag csak az A. lehetőséget jelöli be, akkor az adott összetett kijelentést a $p \wedge (q \parallel r)$ műveleti struktúrával téveszti, vagyis az implikációt konjunkcióra cseréli. Ilyen módon a hallgató válaszai alapján rekonstruálni lehet, hogy az adott kijelentést milyen összetett műveletként értelmezte. Az elemzés során a hallgatói válaszokat a különböző mintázatok alapján különböző csoportokba osztottuk; az egyes csoportokba azok a feladatlapok kerültek, amelyekben ugyanazokat a válaszlehetőségeket jelölték be. Az adatfeldolgozás során csak azokat a mintázatokat vettük számításba, amelyek a hallgatói válaszoknak legalább öt százalékában előfordultak. A csak néhány hallgató esetében előforduló mintázatokat találgatásnak vagy véletlen hibázásnak tekintettük, így nem tartottuk jellemzőnek az adatfeldolgozás szempontjából.

$p \rightarrow (q \parallel r)$	$p \wedge (q \parallel r)$	$p \nabla [q \wedge r]$	$p \nabla (q \vee r)$	$\neg q \wedge \neg r$
14,8 %	21,0 %	28,4 %	11,1 %	8,6 %

5. táblázat

Amint a fenti táblázatból kiderül, az implikációs csoportba helyezett Peirce-műveletet, nevezetesen a $p \rightarrow (q \parallel r)$ összetételt, a hallgatók 14,8%-a értelmezi helyesen. Viszont nagyobb arányban fordult elő az eltolódás a konjunkció irányába (vagyis a $p \wedge (q \parallel r)$ összetétel), valamint a kétváltozósra redukálást jelentő $p \nabla [q \wedge r]$ mintázat is.

Ez azt jelenti, hogy a hallgatók még nem képesek a három változó együttesét áttekinteni, ezért a zárójeles mintázattal kétváltozósra redukálják az összetételt. A $[q \wedge r]$ zárójeles összetételt egy olyan kapcsolattal azonosítják, ahol a két kijelentés „együtt működik”, vagyis a kapcsolat akkor igaz, ha q és r egyszerre igaz, és akkor hamis, ha q és r egyszerre hamis (más lehetőség nincs).

6. Különböző háromváltozós műveletcsoportokba tartozó összetett kijelentések empirikus távolsága

A kutatásunk egy másik célkitűzéséként szerepelt a különböző háromváltozós összetételek megközelítése a formális logikai ismeretek, illetve a köznyelvi értelmezések szempontjából. Ezen belül megkülönböztetett figyelemmel vizsgáltuk azt, hogy milyen hatással van a kijelentés megfordítása az értelmezés megítélésére vonatkozóan az olyan köznyelvi összetett mondatstruktúrák esetében, ahol kommutatív műveletek szerepelnek. Így arra próbáltunk választ találni, hogy összetett mondatban szereplő mellékmondatok felcserélése mennyire befolyásolja a kijelentés értelmezését.

Ezért az előbbieken használt T -vel jelölt távolságmutatót kiterjesztettük két különböző összetett művelet empirikus struktúrája közötti különbség kiszámítására is, a következő számítási képlet alkalmazásával:

$$T' = \frac{\sum_{i=1}^8 |emp_{1i} - elm_{2i}|}{8}$$

A T' mutató alkalmas bármely két különböző művelet empirikus struktúrája közötti különbség kiszámítására, így további kapcsolatokat deríthetünk fel arra vonatkozóan, hogy a hallgatók milyen mértékben bírják egymástól elkülöníteni a különböző műveleti struktúrákat. A T' mutatók értékének felhasználásával elkészítettük a háromváltozós műveletek távolságmátrixait, amelyet az alábbi táblázatban láthatunk.

	$r \wedge (p \vee q)$	$(p \vee q) \wedge r$	$(p \wedge q) \vee r$	$r \vee (p \wedge q)$	T
$r \wedge (p \vee q)$	0,0000	0,0527	0,3044	0,2989	0,060
$(p \vee q) \wedge r$	0,0527	0,0000	0,3484	0,3107	0,085
$(p \wedge q) \vee r$	0,3044	0,3484	0,0000	0,2353	0,358
$r \vee (p \wedge q)$	0,2989	0,3107	0,2353	0,0000	0,348

6. táblázat

	$(p \vee q) \rightarrow r$	$(p \wedge q) \rightarrow r$	$p \rightarrow (q \parallel r)$	T
$(p \vee q) \rightarrow r$	0,0000	0,4045	0,2464	0,258
$(p \wedge q) \rightarrow r$	0,4045	0,0000	0,3711	0,602
$p \rightarrow (q \parallel r)$	0,2464	0,3711	0,0000	0,310

7. táblázat

A távolságmátrix a táblázat 2–4. oszlopaiban található 3x3-as négyzetes számtáblázat, amelyben egy-egy elem azt mutatja meg, hogy az adott sorban, illetve oszlopban található műveletek az empirikus (hallgatói) értelmezés szerint, a T' mutató alapján mennyiben térnek el egymástól. Vagy fordítva, ha az adott számérték alacsony, akkor a két művelet értelmezése nem különül el megfelelően, vagyis az adott műveletek az értelmezés során tartalmilag összemosódnak. A táblázat utolsó oszlopában a könnyebb összehasonlíthatóság kedvéért feltüntettük az előzőekben már kiszámított T mutató értékét, amely megmutatja, hogy az említett művelet a hallgatók értelmezése szerint mennyiben tér el a formális logika szabályai alapján számított elméleti értéktől.

A távolságmátrixokat megvizsgálva könnyen belátható, hogy egyedül az $r \wedge (p \vee q)$ és $(p \vee q) \wedge r$ (illetve az $r \vee (p \wedge q)$ és $(p \wedge q) \vee r$) kommutatív műveleti struktúráknál tapasztalható jelentősebb kapcsolat, vagyis a hallgatók viszonylag helyesen értelmezték a konjunkció, illetve diszjunkció kommutativitását. Az esetek többségében viszont, a műveletek összefonódását párban vizsgálva, ezek empirikusan közelebb kerültek egymáshoz, mint bármelyikük a saját elméleti táblázatához. Ezek az adatok azt igazolják, hogy a hallgatók gondolkodásában a kijelentésekben szereplő teljesen különböző logikai műveletek a hallgatói értelmezések során még nem különülnek el megfelelően egymástól, jelentős „összemosódások” figyelhetők meg. Ennek egyik legfőbb oka az, hogy a hallgatók az adott kijelentéseket többnyire köznyelvi módon értelmezték, ezáltal a formális logika terén még további alapos fejlődésre van szükség.

7. Befejezés

A kutatásainkban szereplő minta nagysága miatt nem fogalmazhatunk meg általános következtetéseket, viszont megfigyeléseink hasznos támpontot jelenthetnek az egyetemi hallgatók formális matematikai logikával kapcsolatos jártasságát illetően. Amint kutatásunkból kiderült, a konjunkcióval kapcsolatos kijelentések értelmezése megfelelő, viszont problémák adódnak az implikációval kapcsolatos összetett mondatok esetében. Viszont a különböző iskolai tananyagokban számos esetben előfordulnak implikációval kapcsolatos összetételek, általában definíciók formájában. Ezért feltétlenül szükséges a logikai képességek fejlesztése a pedagógusképzésben részt vevő hallgatók esetében. Ilyen megközelítésben a jelen tanulmány is hasznos vetületeket tartalmazhat a matematikai logikával kapcsolatos egyetemi oktatási anyagok és stratégiák tervezésében.

Irodalomjegyzék

- Csapó B., Csirikné Czachesz E., & Vidákovich T. (1987). A nyelvi-logikai műveletrendszer fejlettsége 14 éves korban. *Pszichológia* (7), 4, 521–544.
- Fülöp Zs. (2022a). A nyelvi-műveleti rendszer fejlettségének vizsgálata háromváltozós kijelentések esetében. *Szaktudás Kiadó Ház, pp. 268–276.* International Research Institute s.r.o. Komarno.
- Fülöp Zs. (2022b). A formális logikai gondolkodás fejlettségének vizsgálata pedagógusképzésben részt vevő hallgatók esetében. *Pedagógiai változások – a változás pedagógiája IV.* Pázmány Péter Katolikus Egyetem. Szaktudás Kiadó Ház, pp. 268–276.
- Fülöp Zs. (2023). A logikai implikáció és ekvivalencia műveletek értelmezésének vizsgálata a főiskolai képzésben részt vevő hallgatók esetében. *Pedagógiai változások – a változás pedagógiája V.* Pázmány Péter Katolikus Egyetem. Szaktudás Kiadó Ház.
- Kelemen L. (1978). *A gondolkodás nevelése az általános iskolában.* Tankönyvkiadó.
- Nagy J. (2003). A rendszerező képesség kritériumorientált feltárása. *Magyar Akadémia*, 103., 3.
- Piaget, J. (1970). *Válogatott tanulmányok.* Gondolat.
- Ruzsa I. (1984). *Klasszikus, modális és intenzionális logika.* Akadémiai.
- Tallér J. (1996). *A logika alapjai.* Mozaik Oktatási Stúdió.
- Vidákovich T. (1990). *Diagnosztikus pedagógiai értékelés.* Akadémiai.
- Vigotszkij, L. Sz. (1967). *A gondolkodás és a beszéd.* Akadémiai.